

UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

ENPRESARAKO MATEMATIKAK I

2007ko ekainaren 27a

1.- Ondoko funtzioa emanda: $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x^2+3x}$

a) Bere izate-eremua lortu

b) Honako bi limiteak kalkulatu: $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$

c) Zeintzuk dira funtzioaren etenguneak? Nolako etendura mota dago puntu horietan?

d) Funtzio baten elastikotasunaren definizioa eman.
Zein da deribatuaren eta elastikotasunaren arteko erlazioa?
$f(x)$ funtzioaren elastikotasuna kalkulatu $x=1$ puntuan

(2 puntu)

2.- a) Rolle-ren teorema enuntziatu.

b) $f(x)=\begin{cases} m\cdot x^2+m\cdot x & ,\ -2\le x\le 0 \\ x\cdot(x-1)^2 & ,\ 0<x\le 2 \end{cases}$ funtzioa emanda, m-ren balioa(k) kalkulatu Rolle-ren teorema aplikatu ahal izateko $[-2\ ,\ 2]$ tartean. Balio horretarako, teorema aplikatu.

c) $f(x)$ funtzioaren zuzen ukitzailearen ekuazioa lortu $x=\dfrac{1}{2}$ puntuan.

(2 puntu)

3.- Enpresa baten kostu marjinalen funtzioa (eurotan), x unitate ekoizten denean, hau da:

$$K_{MA}=(x+1)\cdot e^x$$

Kostu finkoak 10 €koak izanik, mozkinen funtzioa lortu, jakinda ondasun horretako unitate bakoitza merkatuan 200 €tan saltzen dela.

(2 puntu)

4.- a) Noiz esaten da bi bektore ortogonalak direla haien artean?

b) $\vec{a}=(3,1,-1)$ puntutik pasatzen den planoaren ekuazioa lortu, bere bektore normala (elkarzuta), $\vec{p}=(2,1,2)$ delarik.

c) Lortutako planoaren eta ardatz bakoitzaren arteko ebakidura puntuak aurkitu. Planoaren adierazpen grafikoa egin (lehen oktantean).

(Puntu 1)

5.- Unibertsitate batean hiru beka mota ematen dira, 1.000, 400 eta K eurokoak. Ehun ikaslek lortu dute bekaren bat, eta beka guztien artean banatu den diru kopurua 68.000 €koa izan da. Lehen beka motari esleitu zaion diru kopurua, bost aldiz handiagoa da bigarren motari esleitutakoa baino.

a) Ariketa planteatu, jakin ahal izateko zenbat ikaslek jaso duten beka mota bakoitza. K-ren balio baterako, problemak ez du soluziorik, zein da balio hori?

b) $K = 500$ bada, zenbat ikaslek jasotzen dute lehen motako beka (1000 €koa)?

(1,5 puntu)

Hurrengo bi ariketen artean, BAKAR BAT aukeratu:

6.- $X \cdot A + B = A$ ekuazio matriziala emanda:

a) X matrize ezezaguna askatu (alderantzizko matrizea erabiliz, behar izanez gero)

b) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ eta $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ hauek balira, m-ren zein baliotarako existitzen da X?

c) Aurreko galderako A eta B-rentzat, X lortu $m = 0$ izanik

(1,5 puntu)

7.- $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}$ matrizea emanda $(k \neq 0)$:

a) k-ren zein baliotarako da A diagonalizagarria?

b) A diagonalizatu $k = 2$ denean, berari dagozkion D matrize diagonala eta P matrize diagonalizatzailea kalkulatuz.

(1,5 puntu)

ENPRESARAKO MATEMATIKAK I

2007ko ekaina

1.- $f(x) = \dfrac{x^2-9}{x^2+3x}$

a) Zatidura: $x^2+3x = x(x+3) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$

$E = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0, x \neq -3\}$ (zuzenean: -3 eta 0 puntuak kanpo, x ardatza)

b) $\lim_{x \to 1} f(x) = \dfrac{1^2-9}{1^2+3\cdot 1} = \dfrac{-8}{4} = -2$

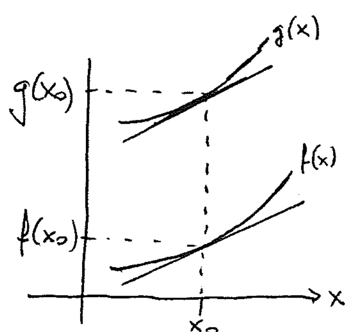
$\lim_{x \to -3} f(x) = \dfrac{(-3)^2-9}{(-3)^2+3(-3)} = \dfrac{9-9}{9-9} = \dfrac{0}{0} = L'H = \lim_{x \to -3} \dfrac{2x}{2x+3} = \dfrac{-6}{-6+3} = \dfrac{-6}{-3} = 2$

c) Funtzioaren etenguneak: $x=0$ eta $x=-3$. Gainerako puntu guztietan funtzioa jarraia da: $x_0 \neq 0$, $x_0 \neq -3 \Rightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

$x=0$: $\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to 0} f(x) = \dfrac{0-9}{0+0} = \dfrac{-9}{0} = -\infty \\ \nexists f(0) \end{array}\right\} \Rightarrow$ jauzi infinitua

$x=-3$: $\left.\begin{array}{l} \lim_{x \to -3} f(x) = 2 \\ \nexists f(-3) \end{array}\right\} \Rightarrow$ etendura saihesgarria

d) $\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}$: elastikotasunak neurtzen du aldagai askearen gehikuntza infinitesimal batek nolako eragina duen menpeko aldagaiaren aldaketa erlatiboan (portzentualean)



$f(x)$ eta $g(x)$ funtzioen deribatuak berdinak dira x_0 puntuan, baina elastikotasun txikiagoa edukiko du $g(x)$ funtzioak, puntu horretan $\frac{\Delta g}{g} < \frac{\Delta f}{f}$ delako.

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y} = y' \cdot \frac{x}{y}$$

$$\varepsilon_{x=1} = f'(1)\cdot\frac{1}{f(1)} = 3\cdot\frac{1}{(-2)} = -1'5$$

$$\begin{cases} f'(x) = \dfrac{2x(x^2+3x)-(x^2-9)(2x+3)}{(x^2+3x)^2} \Rightarrow f'(1) = \dfrac{2\cdot4-(-8)\cdot5}{4^2} = \dfrac{8+40}{16} = \dfrac{48}{16} = 3 \\ f(1) = \dfrac{1-9}{1+3} = \dfrac{-8}{4} = -2 \end{cases}$$

2.- a) $f(x)$ jarraia bada $[a,b]$ tarte itxian, deribagarria (a,b) tarte irekian, eta $f(a)=f(b)$ bada, orduan existitzen da gutxienez $c\in(a,b)$ puntu bat non $f'(c)=0$

b) $$f(x) = \begin{cases} mx^2+mx & -2\leq x\leq 0 \\ x(x-1)^2 & 0<x\leq 2 \end{cases}$$

$f(x)$ jarraia izateko $x=0$ puntuan: $\begin{cases} \lim_{x\to0^-} f(x) = m\cdot0+m\cdot0 = 0 \\ \lim_{x\to0^+} f(x) = 0\cdot(-1)^2 = 0 \end{cases}$ $\boxed{\forall m\in\mathbb{R}}$

$f(x)$ deribagarria izateko $x=0$ puntuan:

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to0^-} f'(x) &= \lim_{x\to0}(2mx+m) = 2m\cdot0+m = m \\ \lim_{x\to0^+} f'(x) &= \lim_{x\to0}\left[(x-1)^2+x\cdot2(x-1)\right] = (-1)^2+0\cdot2\cdot(-1) = 1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{m=1}$$

$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \begin{cases} x^2+x; & -2\leq x\leq 0 \\ x(x-1)^2; & 0<x\leq 2 \end{cases}}$$

$$\left.\begin{aligned} f(-2) &= (-2)^2+(-2) = 4-2 = 2 \\ f(2) &= 2\cdot(2-1)^2 = 2\cdot1 = 2 \end{aligned}\right\}$$

$\boxed{m=1}$ denean baldintza guztiak betetzen dira $\Rightarrow \exists\, c\in[-2;2] : f'(c)=0$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x+1, & -2\leq x\leq 0 \\ (x-1)^2+2x(x-1), & 0<x\leq 2 \end{cases}$$

$2x+1=0 \Rightarrow x=-1/2$

$(x-1)^2+2x(x-1) = (x-1)(x-1+2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1/3 \end{cases}$

Beraz, honako hiru puntuetan betetzen da Rolle-ren teorema:

$x_0=-1/2$; $x_1=1$; $x_2=1/3$

c) $\frac{1}{2} \in (0,2] \Rightarrow f'(x) = (x-1)(3x-1)\ ;\ f'(\frac{1}{2}) = (-\frac{1}{2})\cdot(\frac{1}{2}) = \frac{-1}{4}$

$f(x) = x(x-1)^2\ ;\ f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(\frac{-1}{2})^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Zuzenaren ekuazioa : $y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow$

$y - \frac{1}{8} = \frac{-1}{4}(x - \frac{1}{2}) \Rightarrow y = \frac{-x}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \Rightarrow y = \frac{1-x}{4}$

3.- $KT = \int KMa\,dx = \int (x+1)\cdot e^x\,dx = (x+1)\cdot e^x - \int e^x dx = (x+1)e^x - e^x + K =$

$\left[\begin{array}{ll} x+1 = u & dx = du \\ e^x dx = dv & \Rightarrow v = \int e^x dx = e^x \end{array}\right]$ $= e^x(x+1-1) + K = x\cdot e^x + K$

Koshu finkoak : 10 € $\Rightarrow KT(0) = 0\cdot e^0 + K = 0\cdot 1 + K = 10 \Rightarrow K = 10$

$\Rightarrow KT = x\cdot e^x + 10$

$ST = 200x \Rightarrow M(x) = ST - KT = 200x - x\cdot e^x - 10$

4.- a) $\vec{x}$ eta $\vec{y}$ ortogonalak $\Leftrightarrow \vec{x}\cdot\vec{y} = 0 \Leftrightarrow x_1\cdot y_1 + x_2 y_2 + \ldots + x_n\cdot y_n = 0$

$\vec{x}$ eta $\vec{y}$ $\mathbb{R}^2$ planoan edo $\mathbb{R}^3$ espazioan badaude, ortogonalak baldin badira elkarren artean, orduan elkartzutak dira (90°ko angelua osatzen dute)

b) $\pi: Ax_1 + Bx_2 + Cx_3 + D = 0 \quad \perp (A,B,C) = (2,1,2)$

$\Rightarrow 2x_1 + x_2 + 2x_3 + D = 0$

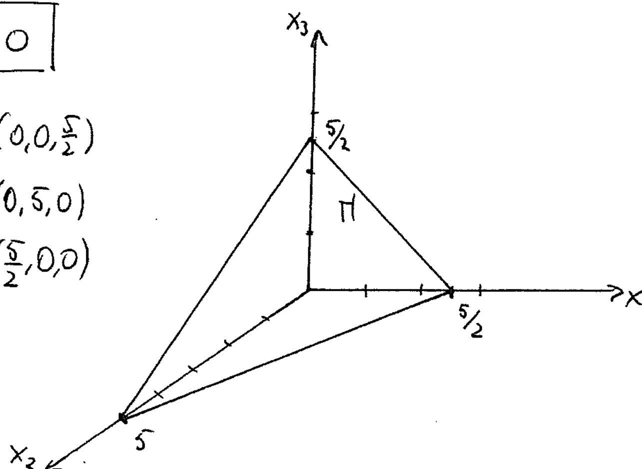
$\vec{a} = (3,1,-1) \in \pi \Rightarrow 2\cdot 3 + 1 + 2(-1) + D = 0 \Rightarrow 6+1-2+D = 0 \Rightarrow D = -5$

$$\boxed{\pi : 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 5 = 0}$$

c) $x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow x_3 = 5/2 : (0,0,\frac{5}{2})$

$x_1 = x_3 = 0 \Rightarrow x_2 = 5 : (0,5,0)$

$x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_1 = 5/2 : (\frac{5}{2},0,0)$



5.- a) x : lehen beka-mota jaso duten ikasle kopurua
y : bigarren " " "
z : hirugarren " " "

$$\left.\begin{array}{l} x + y + z = 100 \\ 1000x + 400y + K\cdot z = 68000 \\ 1000x = 5\cdot 400y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + y + z = 100 \\ 1000x + 400y + K\cdot z = 68000 \\ 1000x - 2000y = 0 \end{array}\right\}$$

$$A_z = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 1000 & 400 & K & 68000 \\ 1000 & -2000 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1000 & 400 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1000 & 400 & K \\ 1000 & -2000 & 0 \end{vmatrix} = 1000 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1000 & 400 & K \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 1000 \cdot (-2000 + K - 400 + 2K) =$$

$$= 1000\,(3K - 2400) = 0 \Leftrightarrow K = 800$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 100 \\ 1000 & 400 & 68000 \\ 1000 & -2000 & 0 \end{vmatrix} = 1000 \cdot 100 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & 100 \\ 10 & 4 & 680 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 100000\,(-2000 + 680 - 400 + 1360) =$$

$$= 100000 \cdot (2040 - 2400) \neq 0$$

Beraz : $\boxed{K = 800} \Rightarrow r(A) = 2 \neq 3 = r(A_z)$ sistema bateraezina
$\boxed{K \neq 800} \Rightarrow r(A) = r(A_z) = 3$ sistema bateragarri determinatua

b) $K = 500$

$$A_z = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 100 \\ 1000 & 400 & 500 & 68000 \\ 1000 & -2000 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad |A| = 1000\,(1500 - 2400) = = 1000\,(-900) = -900.000$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 100 & 1 & 1 \\ 68000 & 400 & 500 \\ 0 & -2000 & 0 \end{vmatrix}}{-900.000} = \frac{-136.\cancel{000000} + 100.0\cancel{00000}}{-900.\cancel{000}} = \frac{-360}{-9} = 40 \text{ ikasle}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 100 & 1 \\ 1000 & 68000 & 500 \\ 1000 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-900000} = \frac{-180}{-9} = 20$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 100 \\ 1000 & 400 & 68000 \\ 1000 & -2000 & 0 \end{vmatrix}}{-900.000} = \frac{-360}{-9} = 40$$

6.- $X \cdot A + B = A$

a) $X \cdot A = A - B \Rightarrow X \cdot A \cdot A^{-1} = (A-B) \cdot A^{-1} \Rightarrow \boxed{X = (A-B) \cdot A^{-1}}$

edo $X = I - B \cdot A^{-1}$

b) $|A| = \begin{vmatrix} 4 & 5-m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -4 - 4m + 2m + 10 = 6 - 2m$

$6 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = 3$

$m \neq 3 \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1} \Rightarrow \exists X$

c) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ $A^t = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 5 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ $A^* = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ 2 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

$|A| = 6 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ 2 & 2 & -6 \end{pmatrix}$

$A - B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow X = (A-B) \cdot A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 2 & -4 & 0 \\ 2 & 2 & -6 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 6 & -12 \\ 6 & 6 & -12 \\ 6 & 6 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

7.- $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $(k \neq 0)$

a) $|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & k \\ 0 & k-\lambda & 0 \\ k & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2(k-\lambda) - k^2(k-\lambda) = (k-\lambda)\cdot(\lambda^2 - k^2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k-\lambda = 0 & \Rightarrow \lambda = k \\ \lambda^2 - k^2 = 0 & \Rightarrow \lambda = \sqrt{k^2} = \left\langle \begin{matrix} k \\ -k \end{matrix} \right. \end{cases}$

$\begin{cases} \lambda_1 = k & \alpha_1 = 2 \\ \lambda_2 = -k & \alpha_2 = 1 \end{cases}$

$\boxed{\lambda_1 = k}$ $\begin{pmatrix} -k & 0 & k \\ 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & -k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$r(A - \lambda_1 \cdot I) = 1 \Rightarrow n - r(A - \lambda_1 \cdot I) = 3 - 1 = 2 = \alpha_1 \Rightarrow$ A diagonalizable $\forall k \in \mathbb{R}$

b) $k = 2 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |A - \lambda I| = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 2 \\ 0 & 2-\lambda & 0 \\ 2 & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 2 & \alpha_1 = 2 \\ \lambda_2 = -2 & \alpha_2 = 1 \end{cases}$

$\boxed{\lambda_1 = 2}$ $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $2x = 2z \}$ $\boxed{\begin{matrix} x = z \\ y \in \mathbb{R} \\ z \in \mathbb{R} \end{matrix}} \Rightarrow E_1 = \{(z, y, z)\}$

$z(1,0,1) + y\cdot(0,1,0)$

$\boxed{\lambda_2 = -2}$ $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\left.\begin{matrix} 2x = -2z \\ 4y = 0 \end{matrix}\right\}$ $\boxed{\begin{matrix} x = -z \\ y = 0 \\ z \in \mathbb{R} \end{matrix}} \Rightarrow E_2 = \{(-z, 0, z)\}$

$(-1,0,1)$

$\Rightarrow D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$; $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

ENPRESARAKO MATEMATIKAK I

2007ko ekainaren 27a

1.- Ondoko funtzioa emanda: $f(x) = \dfrac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$

a) Bere izate-eremua lortu

b) Honako bi limiteak kalkulatu: $\lim_{x \to 1} f(x)$; $\lim_{x \to -3} f(x)$

c) Zeintzuk dira funtzioaren etenguneak? Nolako etendura mota dago puntu horietan?

d) Funtzio baten elastikotasunaren definizioa eman.
Zein da deribatuaren eta elastikotasunaren arteko erlazioa?
$f(x)$ funtzioaren elastikotasuna kalkulatu $x = 1$ puntuan

(2 puntu)

2.- a) Rolle-ren teorema enuntziatu.

b) $f(x) = \begin{cases} m \cdot x^2 + m \cdot x & , -2 \le x \le 0 \\ x \cdot (x-1)^2 & , 0 < x \le 2 \end{cases}$ funtzioa emanda, m-ren balioa(k) kalkulatu Rolle-ren teorema aplikatu ahal izateko $[-2\ ,\ 2]$ tartean. Balio horretarako, teorema aplikatu.

c) $f(x)$ funtzioaren zuzen ukitzailearen ekuazioa lortu $x = \dfrac{1}{2}$ puntuan.

(2 puntu)

3.- Enpresa baten kostu marjinalen funtzioa (eurotan), x unitate ekoizten denean, hau da:

$$K_{MA} = (x+1) \cdot e^x$$

Kostu finkoak 10 €koak izanik, mozkinen funtzioa lortu, jakinda ondasun horretako unitate bakoitza merkatuan 200 €tan saltzen dela.

(2 puntu)

4.- a) Noiz esaten da bi bektore ortogonalak direla haien artean?

b) $\vec{a} = (3, 1, -1)$ puntutik pasatzen den planoaren ekuazioa lortu, bere bektore normala (elkarzuta), $\vec{p} = (2, 1, 2)$ delarik.

c) Lortutako planoaren eta ardatz bakoitzaren arteko ebakidura puntuak aurkitu. Planoaren adierazpen grafikoa egin (lehen oktantean).

(Puntu 1)

5.- Unibertsitate batean hiru beka mota ematen dira, 1.000, 400 eta K eurokoak. Ehun ikaslek lortu dute bekaren bat, eta beka guztien artean banatu den diru kopurua 68.000 €koa izan da. Lehen beka motari esleitu zaion diru kopurua, bost aldiz handiagoa da bigarren motari esleitutakoa baino.

a) Ariketa planteatu, jakin ahal izateko zenbat ikaslek jaso duten beka mota bakoitza. K-ren balio baterako, problemak ez du soluziorik, zein da balio hori?

b) $K = 500$ bada, zenbat ikaslek jasotzen dute lehen motako beka (1000 €koa)?

(1,5 puntu)

Hurrengo bi ariketen artean, BAKAR BAT aukeratu:

.

6.- $X \cdot A + B = A$ ekuazio matriziala emanda:

a) X matrize ezezaguna askatu (alderantzizko matrizea erabiliz, behar izanez gero)

b) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -m \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ eta $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ hauek balira, m-ren zein baliotarako existitzen da X?

c) Aurreko galderako A eta B-rentzat, X lortu $m = 0$ izanik

(1,5 puntu)

7.- $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}$ matrizea emanda $(k \neq 0)$:

a) k-ren zein baliotarako da A diagonalizagarria?

b) A diagonalizatu $k = 2$ denean, berari dagozkion D matrize diagonala eta P matrize diagonalizatzailea kalkulatuz.

(1,5 puntu)